Troisièmes : formulaire de révision pour le brevet et la seconde.

Cours disponibles sur le net : http://titaile.free.fr (sans le www)

I. Calcul.

Revoir impérativement « développer, factoriser, résoudre une équation » dans le polycopié « *ce que vous devez déjà savoir* » distribué en début d'année..

Equations : on peut faire n'importe quelle opération, tant que c'est la même de chaque côté ; on n'est pas obligé de mettre toutes les étapes de calcul. On n'oublie pas à la fin d'écrire S={…}.

Equation $x^2=a$: si a < 0, S = ∅ ; si a = 0, S = {0} ; si a > 0, S = $\{\sqrt{a};-\sqrt{a}\}$.

Equation-produit : « Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit que l'un au moins de ses facteurs soit nul » ; puis on résout les deux équations, et on écrit S = {… ;….}.

Inéquations : pareil que les équations, mais attention, quand on multiplie/divise de chaque côté par un négatif, il faut changer le sens de l'inégalité !

Systèmes : Savoir faire au moins l'une des deux méthodes. Ecrire S = {(…. ;…..)} ; attention à ne pas inverser x et y : c'est x d'abord, y ensuite.

A. Produits remarquables.

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
forme factorisée forme développée

Exercice 3 :

On donne

$$E = 9-(2x-1)^2.$$

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x=\frac{1}{3}$.
4. Résoudre $(2+2x)(4-2x)=0$.

B. Fractions.

Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur, on additionne leurs numérateurs et on garde le dénominateur qu'elles avaient : $\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}$.

Pour soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur, on soustrait leurs numérateurs et on garde le dénominateur qu'elles avaient : $\frac{a}{d}-\frac{b}{d}=\frac{a-b}{d}$.

Pour multiplier deux fractions, on multiplie leurs numérateurs entre eux et leurs dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$.

Pour diviser une fraction par une autre, on multiplie la première fraction par l'inverse de la deuxième fraction : $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$.

C. Puissances.

$a^n = a\times a\times a........\times a$ (n facteurs)
$a^0 = 1$; $a^1 = a$.
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
$a^m \times a^n = a^{m+n}$;

$\frac{a^m}{a^n}$ = $a^m \times a^{-n}$ = a^{m-n} ;
$(a^n)^p = a^{n \times p}$.
$a^m \times b^m = (ab)^m$;
$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$.

D. Racines carrées.

$(\sqrt{a})^2 = a$; $\sqrt{a^2} = a$; $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$; $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$; attention, avec + et - , rien ne marche !

Rappel : $\sqrt{a}$ signifie $a^{1/2}$.
Simplifier une racine carrée : Ecrire la décomposition en facteurs premiers du nombre, écrire cette décomposition sous la forme « un carré » × « un nombre », puis utiliser $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ et ensuite $\sqrt{a^2}$ = a (voir cours). Attention, il y a un calcul sur le nombre, un autre calcul sur sa racine carrée.

Exercice 1 :

1. a) Écrire chacun des trois nombres $\sqrt{12}$, $\sqrt{27}$ et $\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{3}$, avec a entier.
   b) On donne $A = 4\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{75}$; donner une écriture simplifiée de A.

2. On pose :

$$B = 5^2 + 2^2 \times 9 \quad ; \quad C = \frac{3^2}{4+2^2} \quad ; \quad D = 5 \times 10^3 - 2 \times 10^2.$$

Donner l'écriture décimale de ces trois nombres.

E. PGCD.

Connaître la méthode de « l'algorithme d'Euclide », qui est une question type de Brevet.
Connaître la définition de « premiers entre eux » (pgcd=1).
Pour simplifier une fraction, on divise numérateur (haut) et dénominateur (bas) par le pgcd de ces deux nombres.

Exercice 2 :

1. Déterminer le PGCD des nombres 408 et 578.

2. Écrire $\frac{408}{578}$ sous forme d'une fraction irréductible.

F. Fonctions linéaires et affines.

Fonction linéaire : f(x) = kx ou y=kx ou f : x$\mapsto$ kx (proportionnalité). k s'appelle coefficient directeur ; représentation graphique : droite passant par l'origine.
Fonction affine : f(x) = ax+b ou y=ax+b ou f : x$\mapsto$ ax+b ; a s'appelle coefficient directeur, et b ordonnée à l'origine ; représentation graphique : droite, qui ne passe pas par l'origine du repère.

$a = \frac{y'-y}{x'-x} = \frac{f(x')-f(x)}{x'-x} = \frac{différence\_des\_ordonnées}{différence\_des\_abscisses}$ (voir cours).

Attention ! Pour placer les points : la 1° coordonnée est l'abscisse (axe horizontal) et la 2° est l'ordonnée (axe vertical).
Pour tracer une fonction, faire un tableau de valeurs (2 valeurs suffisent, ça donnera 2 points) ; placer les deux points correspondants, et tracer la droite qui passe par ces deux points.
Dans le cas d'une fonction linéaire, l'un de ces deux points peut être l'origine.

II. Géométrie.

G. Quelques théorèmes en géométrie « ordinaire ».

Si deux droites sont parallèles à une même troisième,
alors elles sont parallèles entre elles.
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième,
alors elles sont parallèles entre elles.
Si deux droites d et d' sont parallèles et si une troisième droite D est perpendiculaire à l'une des deux,
alors D est aussi perpendiculaire à l'autre.
Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.
Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.

Théorème de Pythagore : Si ABC est un triangle rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Réciproque du théorème de Pythagore. Si, dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

Théorème de Thalès. (citer au moins les deux droites parallèles)

$$\begin{cases}\text{Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.}\\ \text{Soient B et M deux points de (d), distincts de A.}\\ \text{Soient C et N deux points de (d'), distincts de A.}\end{cases}$$

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

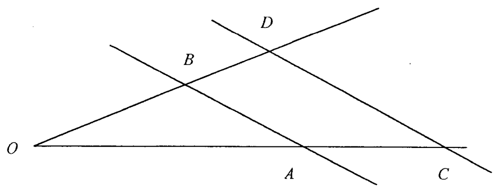
Réciproque du théorème de Thalès :

$$\begin{cases}\text{Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.}\\ \text{Soient B et M deux points de (d), distincts de A.}\\ \text{Soient C et N deux points de (d'), distincts de A.}\end{cases}$$

Si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans cet ordre,
alors (BC) // (MN).

Connaître les modèles de rédaction pour «Thalès et réciproque », « Pythagore et réciproque ». Ne pas confondre un théorème et sa réciproque. On utilise **le théorème quand on a la figure** et qu'on cherche des mesures. Toujours citer le nom du théorème que l'on utilise (il y a des points là-dessus). Attention, **pour les réciproques, on fait toujours deux calculs séparés**.

Exercice 3:
Dans tout cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre. On considère la figure ci-dessous. Ses dimensions ne sont pas respectées et on ne demande pas de la représenter. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les points O, B, D sont alignés ainsi que les points O, A, C.
On donne les mesures suivantes : OA=8 ; OB=6 ; OC=10.



1) Calculer la longueur BD.

2) Dans les questions qui suivent, on suppose que l'angle $\widehat{OBA}$ est droit.

a) Calculer $\cos\widehat{AOB}$, puis en déduire une valeur approchée arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

b) Justifier que le triangle ODC est rectangle.

c) En utilisant le théorème de Pythagore, donner une valeur approchée, en cm, arrondie au dixième, de la longueur CD. (On pourra admettre que OD = 7,5).

H. Symétries (rappels).

Symétrie axiale : dire que le point M' est le symétrique du point M par rapport à Δ signifie que la droite Δ est la médiatrice du segment [MM'].
Symétrie centrale : dire que le point M' est le symétrique du point M par rapport au point Ω signifie que le point Ω est le milieu du segment [MM'].

Les symétries ci-dessus conservent les distances et les mesures d'angle (et les aires).

I. Trigonométrie.

Sinus de l'angle = $\frac{longueur.du.côté.Opposé}{longueur.de.l'Hypoténuse}$ $S=\frac{O}{H}$

Cosinus de l'angle = $\frac{longueur.du.côté.Adjacent}{longueur.de.l'Hypoténuse}$ $C=\frac{A}{H}$

Tangente de l'angle = $\frac{longueur.du.côté.Opposé}{longueur.du.côté.Adjacent}$ $T=\frac{O}{A}$

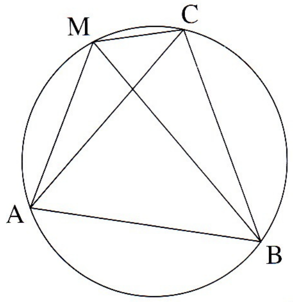
$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ils on même mesure.
Si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit .

Ex 4

On a représenté ci-dessous un triangle équilatéral ABC et son cercle circonscrit.
M est un point de l'arc $\overset{\frown}{AC}$.



1. Déterminer la mesure des angles $\widehat{CMB}$ et $\widehat{BMA}$.

2. Qu'en déduit-on pour la droite (MB) ?

J. Géométrie dans l'espace.

Réduire les dimensions d'un objet, c'est les multiplier par un nombre k, avec 0<**k<1** (c-à-d : k=0,.).
Agrandir les dimensions d'un objet, c'est les multiplier par un nombre k, avec **k>1.**

Quand on agrandit ou réduit une figure, si ses dimensions (longueurs) sont multipliées par k, alors son aire est multipliée par k^2, et son volume est multiplié par k^3.

Le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre se calcule ainsi :
V = Surface de la base × Hauteur

Le volume d'une pyramide ou d'un cône se calcule ainsi :

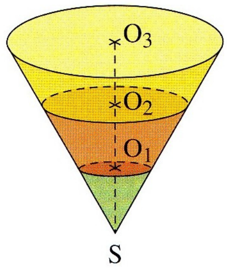
$$V = \frac{Surface.de.la.base \times Hauteur}{3}$$

Le volume d'une sphère de rayon r est : **V** = $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

L'aire d'une sphère de rayon r est : **A** = **4** × π × r^2.

Ex 5

Éliane a rempli de trois variétés d'épices un pot de forme conique. Elle a d'abord versé du curry (vert) jusqu'au premier tiers de la hauteur du cône. Ensuite, elle a versé du piment (rouge) jusqu'à ce que le niveau atteigne le deuxième tiers de la hauteur. Enfin, elle a fini de remplir le cône avec du safran (jaune).



Les surfaces de séparation des épices sont parallèles à la base du cône.

1. Exprimer en fonction du volume total du cône :

a. le volume du curry

b. le volume du piment

c. le volume du safran

2. Le volume du piment est 35 cm^3. En déduire le volume total, puis le volume du curry, puis celui du safran.

K. Rappel : formules d'aire.

Ne pas confondre aire et périmètre : **le périmètre, c'est le tour !!** ; on le calcule en ajoutant les longueurs de tous les côtés, tout simplement (sauf pour le cercle, où P=2×π × r).
Dans un cercle, r est le rayon, ne pas confondre rayon et diamètre !

Aire d'un cercle : $\pi \times r^2$

Aire d'un triangle : $\dfrac{base \times hauteur}{2}$

Aire d'un carré : côté×côté

Aire d'un rectangle : longueur×largeur

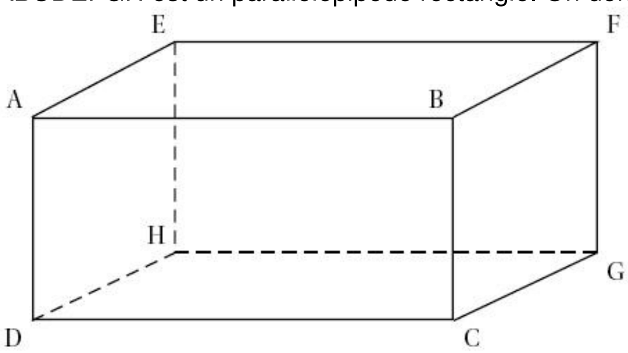
Aire d'un parallélogramme : base×hauteur

Aire d'un trapèze : $\dfrac{petite.base + grande.base}{2} \times hauteur$

Rappel : la diagonale d'un carré de côté a mesure $a\sqrt{2}$.

Exercice 6:

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. On donne AE = 3 m ; AD = 4 m ; AB = 6 m.



1. a. Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ? Le justifier.

b. Les droites (EH) et (AB) sont-elles sécantes ?

2. a. Calculer EG. On donnera la valeur exacte.

b. En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.

3. Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72m^3.

4. Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108m^2.

III. Statistiques :

Conversion d'un effectif en fréquence : si E est l'effectif, la fréquence est :

$F = \frac{E}{N}$.

Conversion d'une fréquence en effectif : si F est la fréquence, l'effectif est :

$E = N \times F$.

Attention !!! La fréquence F est, un pourcentage exprimé sous forme décimale.

Les **effectifs cumulés croissants** indiquent combien d'individus ont une valeur du caractère étudié strictement inférieure à une valeur donnée.
La **moyenne** d'une série statistique est la somme des valeurs (chaque valeur est comptée autant de fois que son effectif) divisée par l'effectif total.

Après avoir rangé les nombres d'une série statistique dans l'ordre croissant, on appelle **médiane** de cette série un nombre qui partage la série en deux ensembles de même effectif : les nombres qui précèdent la médiane et les nombres qui suivent la médiane.

Après avoir rangé les nombres d'une série statistique dans l'ordre croissant, on calcule l'**étendue** de cette série en effectuant la soustraction : (plus grande valeur) – (plus petite valeur).

Formules valables avec des pourcentages en écriture décimale :

$$\text{fréquence d'une valeur} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \text{ ;}$$

$$\text{effectif de la valeur} = \text{fréquence de la valeur} \times \text{effectif total}$$

On appelle **premier quartile** la plus petite valeur de la série, notée Q_1, telle qu'au moins 25% des valeurs de la série soient inférieures ou égales à Q_1.
On appelle **troisième quartile** la plus petite valeur de la série, notée Q_3, telle qu'au moins 75% des valeurs de la série soient inférieures ou égales à Q_3.
La différence Q_3-Q_1 s'appelle **écart interquartile**.

probabilité: $\frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$. (c'est un nombre compris entre 0 et 1)

Ptés : Si les événements A et B sont incompatibles, alors p(A ou B) = p(A) + p(B).
p(A) + p(non A) = 1.

Ex7

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de mathématiques et ont tous les deux une classe de Troisième ayant 20 élèves.
Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun :

Notes attribuées par Madame A	Notes attribuées par Monsieur B
7–8–12–12–18–5–11–6–3–8 5–18–9–20–6–16–6–18–7–15	8–8–9–12–11–8–13–15–7–9– 10–10–12–8–10–14–12–11–14–9

1. Construire, sur la copie et sur un même dessin, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes. (Utiliser deux couleurs.)

2. Calculer la moyenne de chaque série.

3. Déterminer une médiane de chaque série.

4. Comparer ces deux classes.

IV. Problème :

PARTIE III : PROBLÈME

Première partie :

1. On considère le tableau de proportionnalité ci-contre :

20	30	$\times$a
70	b	

a) Calculer b.

b) On appelle a le coefficient de proportionnalité. Calculer a.

2. On considère la fonction linéaire f définie par : $f : x \longmapsto 3,5x$.
Sur la feuille de pappier millimétré, tracer la droite d représentant la fonction f.
On prendra un repère orthonormé ; l'origine sera placée en bas et à gauche de la feuille ; sur chaque axe : 1 cm représentera 10 unités.

Deuxième partie :

Dans le repère précédent, placer les points $A(20;70)$ et $B(60;90)$.

2. Déterminer la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite (AB).

a) Résoudre le système $\begin{cases} y = 3,5x \\ y = 0,5x + 60 \end{cases}$

b) Que représente le couple $(x;y)$, solution de ce système, pour les droites d et (AB) ?

Troisième partie :

On dispose d'un ressort de 60 mm.
Quand on lui suspend une masse de 20 g, il s'allonge de 10 mm.

1. On admet que l'**allongement** du ressort est toujours proportionnel à la masse accrochée.
Démontrer que la longueur totale du ressort pour une masse de 80 g est 100 mm.

2. Soit x la masse suspendue en grammes.
Exprimer l'allongement du ressort en fonction de x.

3. Exprimer la longueur totale du ressort en fonction de x.

4. Sachant que la masse volumique de l'or est $19,5g/cm^3$, calculer la masse d'un cube en or de 2 cm d'arête.

5. On suspend ce cube à ce ressort. Déterminer la longueur totale du ressort.
Retrouver cette longueur sur le graphique. Faire apparaître les pointillés nécessaires.